

# ميكانيك الموائع الحيوية

## Biofluid Mechanics



جامعة ساوة الأهلية

الكلية التقنية الهندسية

قسم هندسة تقنيات الفيزياء الطبية والعلاج الاشعاعي

المرحلة الثانية

السنة الدراسية: 2025 – 2026 / الفصل الأول

المحاضرة الخامسة: رقم رينولد – منطقة المدخل

**Reynolds Number, The Entrance Region**

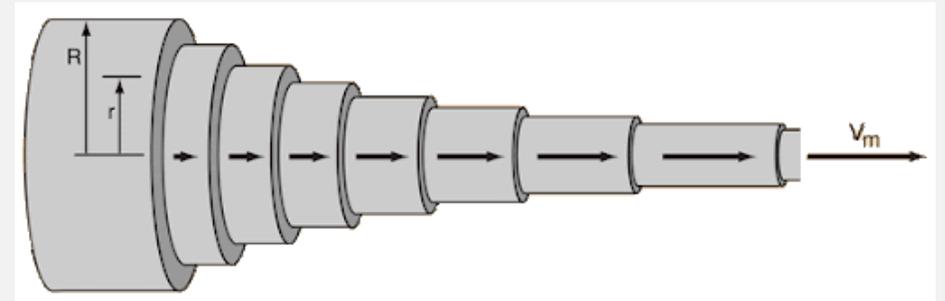
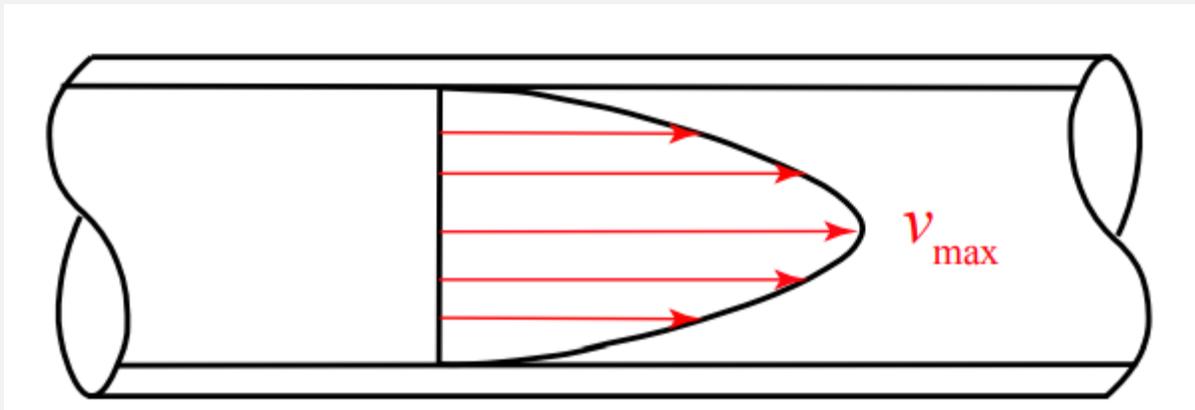
# LAMINAR FLOW

## الجريان الطبقي

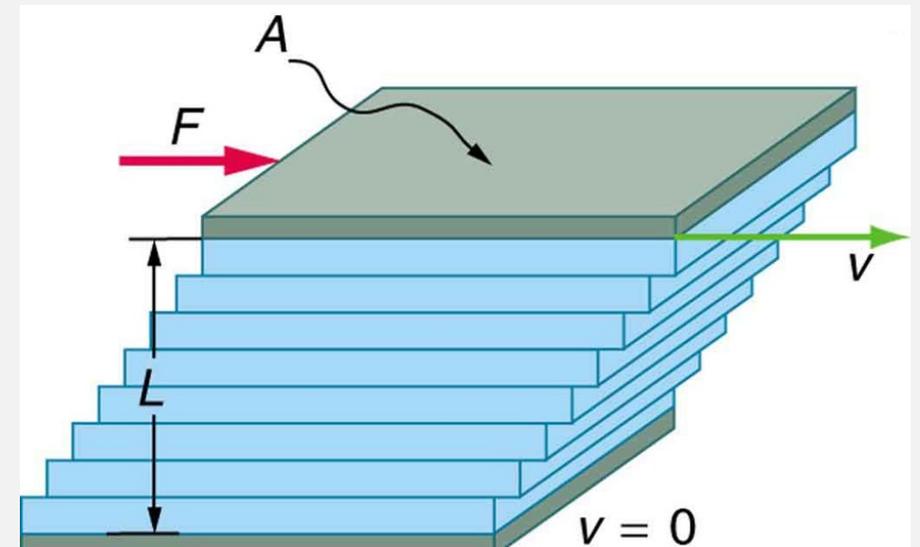
Laminar flow is a type of fluid flow where the fluid moves in parallel layers, with each layer flowing smoothly and without much disruption (or mixing) between them.

Characteristics of Laminar Flow:

- **Smooth and parallel motion.**
- **No mixing between fluid layers.**
- **In pipe flow**, the velocity profile is parabolic. (the velocity is zero at the pipe wall, and at highest speed at the pipe center).



*In Laminar Flow, the fluid flows in layers sliding smoothly over one another.*



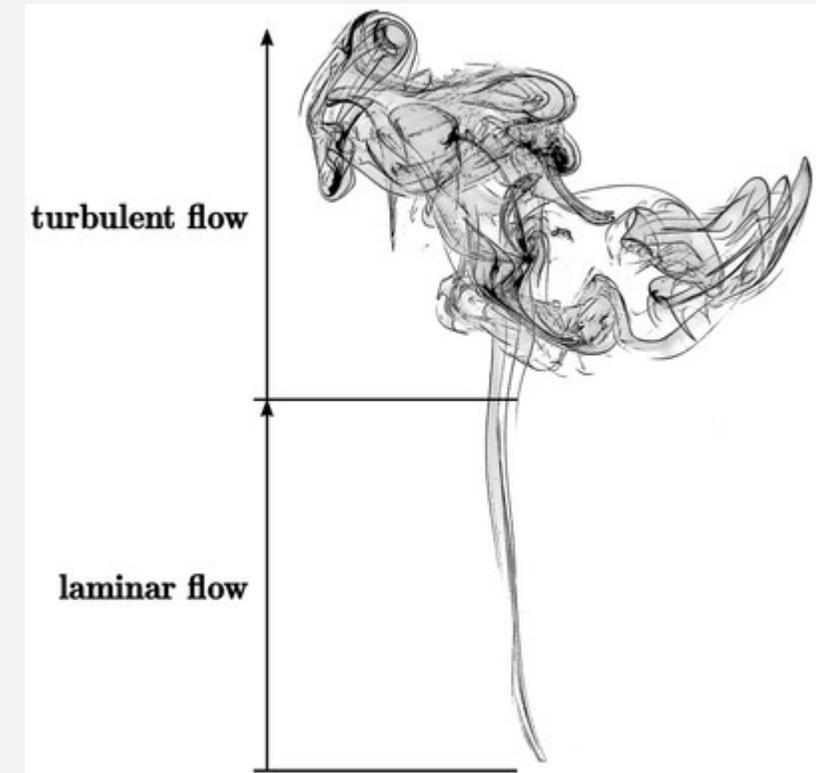
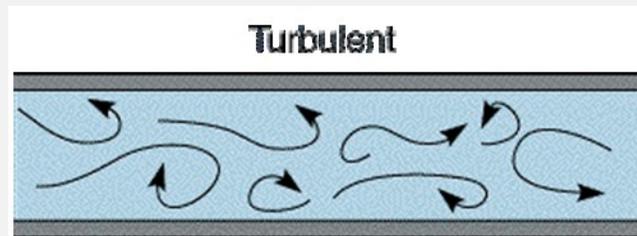
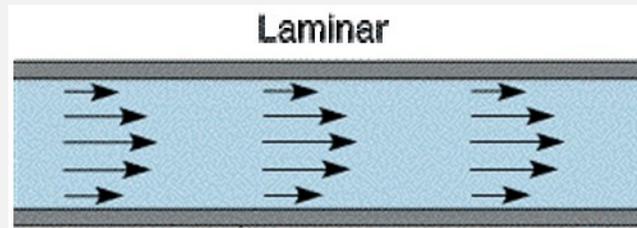
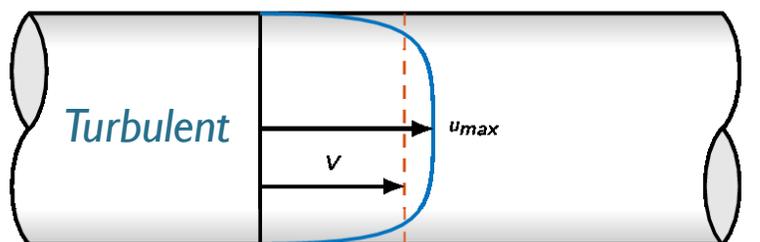
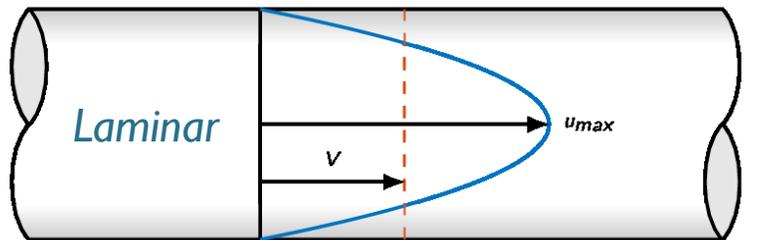
# TURBULENT FLOW

## الجريان الاضطرابي

Turbulent flow is a type of fluid motion characterized by chaotic and irregular fluctuations, where fluid particles move in random, intertwining paths rather than in smooth layers.

Characteristics of Turbulent Flow:

- **Chaotic and unparallel motion.**
- **Intense (High) mixing between fluid layers.**
- **Flatter velocity profile** (the velocity is zero at the pipe wall, but the **velocity profile is flat** at the pipe center).

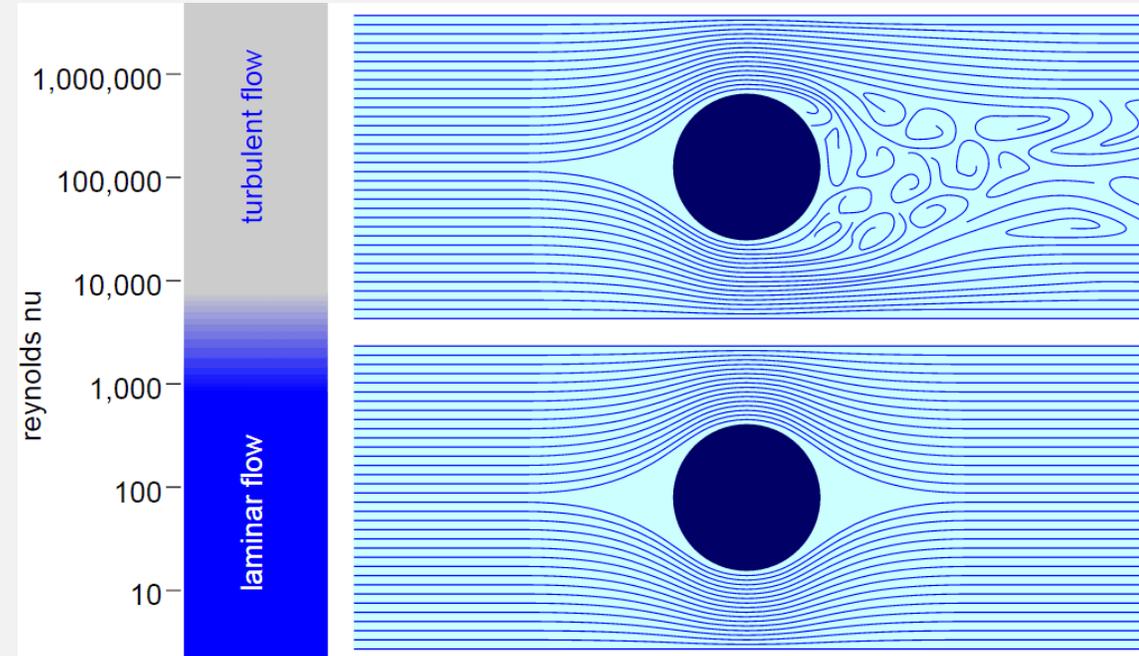


# REYNOLDS NUMBER

It is a dimensionless quantity used to predict the type of flow whether it will be laminar or turbulent. It is defined as the **ratio** of **inertial forces** to **viscous forces** within a fluid and is given by:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu}$$

where  $\rho$  = fluid density in  $\text{kg/m}^3$   
 $V$  = fluid velocity in  $\text{m/s}$   
 $D$  = pipe diameter in  $\text{m}$   
 $\mu$  = fluid viscosity in  $\text{Ns/m}^2$



Although most blood flow in humans is laminar, having a Re of 300 or less, it is possible for turbulence to occur at very high flow rates in the descending aorta, for example, in highly conditioned athletes. Turbulence is also common in pathological conditions such as heart murmurs and stenotic heart valves.

Stenotic comes from the Greek word “stenos,” meaning narrow. Stenotic means narrowed, and a stenotic heart valve is one in which the narrowing of the valve is a result of the plaque formation on the valve.

Reynolds Number	Flow type
$Re < 2000$	Laminar
$2000 < Re < 4000$	Transitional (انتقالي)
$Re > 4000$	Turbulent

### 1.4.2 Example problem: Reynolds number

Estimate the Reynolds number for blood flow in a retinal arteriole, using the published values from Gilmore et al. Assume that the blood density is  $1060 \text{ kg/m}^3$ . Is there any concern that blood flow in the human retina will become turbulent?

From Table 1.1, we see that the inside diameter of the arteriole is  $0.008 \text{ cm}$ , the mean velocity in the vessel is  $3 \text{ cm/s}$ , and the viscosity measured as  $0.0035 \text{ Ns/m}^2$ . The Reynolds number can be calculated as

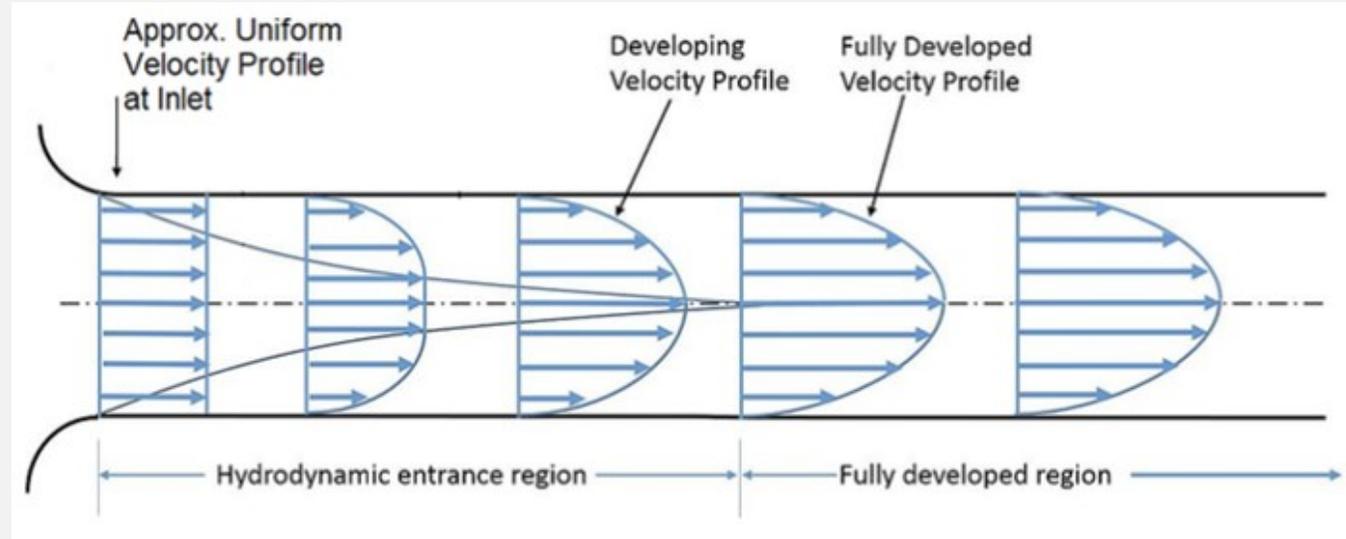
$$\text{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{3}{100} \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{0.008}{100} \text{m}}{0.0035 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}} = 0.73$$

For this flow condition, the Reynolds number is far, far less than 2000, and there is no danger of the flow becoming turbulent.

## THE ENTRANCE REGION

The **entrance region** of a pipe is the section immediately following the **inlet** where the *fluid velocity profile adjusts from uniform to the fully developed shape*.

The **fully developed region** is where the velocity profile stabilizes and no longer changes along the pipe's length.



In the entrance region, the flow begins with a relatively flat velocity profile and then develops an increasingly parabolic flow profile as the distance  $x$  along the pipe increases. Once the flow profile becomes constant and no longer changes with increasing  $x$ , the velocity profile does not change. The region in which the velocity profile is constant is known as the region of fully developed flow.

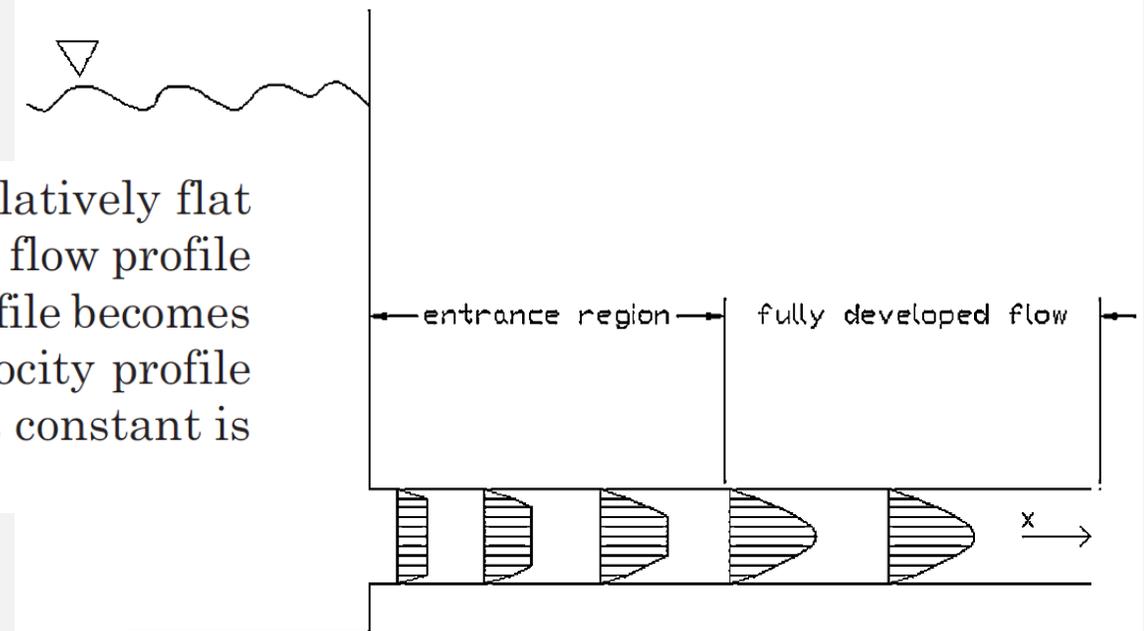


Figure 1.10 Entrance region and fully developed flow in a tube.

## THE ENTRANCE REGION LENGTH

The **entrance region length** is estimated using the Reynolds number. The ratio of the entrance length to pipe diameter for **Laminar Flow** is:

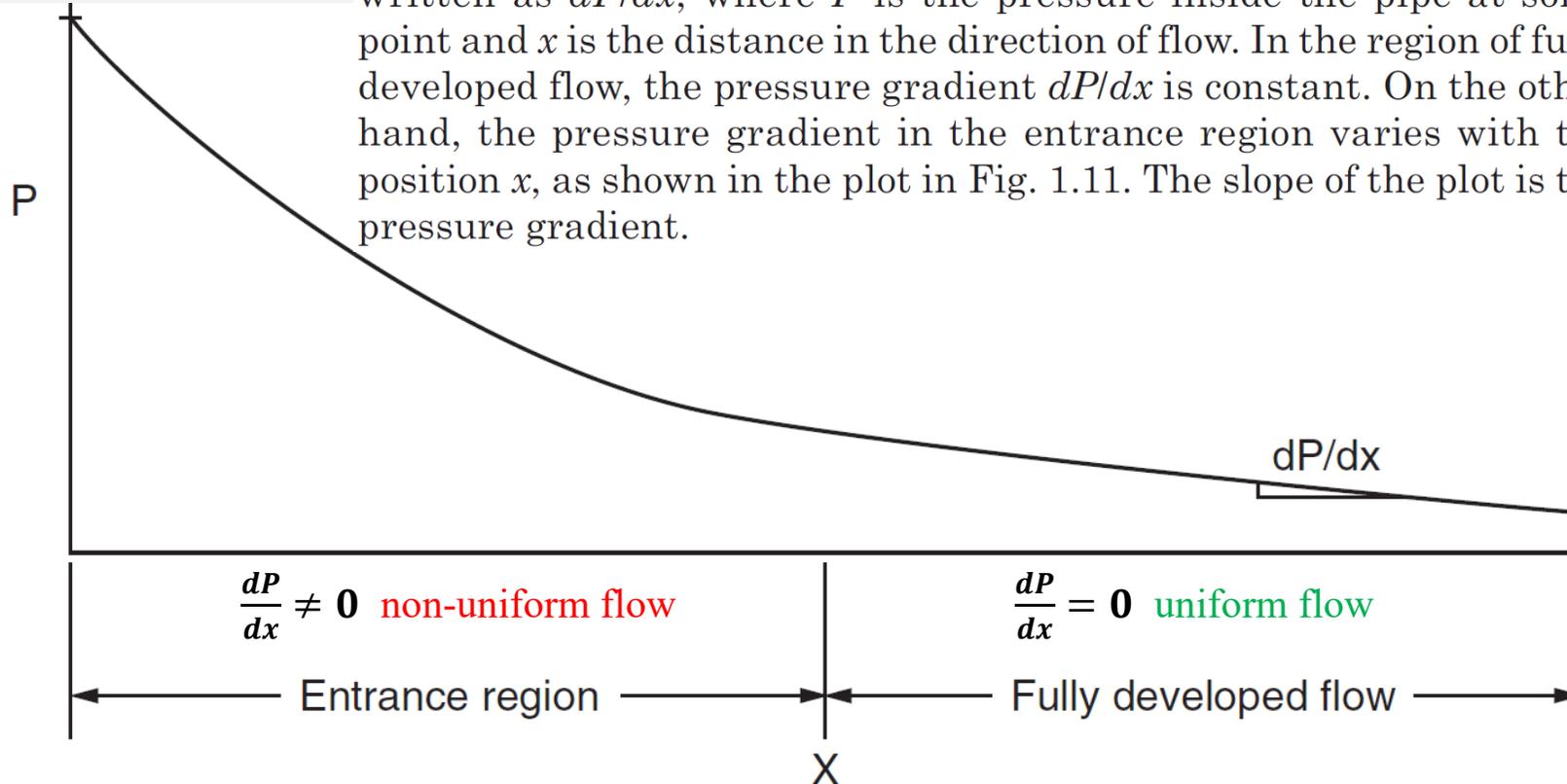
$$\frac{X_E}{D} \cong 0.06 \text{ Re}$$

**$X_E$  = the entrance length.**  
 **$D$  = pipe diameter.**

Consider the following example: If  $\text{Re} = 300$ , then  $X_E = 18 D$ , and an entrance length equal to 18 pipe diameters is required for fully developed flow. In the human cardiovascular system, it is not common to see fully developed flow in arteries. Typically, the vessels continually branch, with the distance between branches not often being greater than 18 pipe diameters.

## PRESSURE GRADIENT OF THE ENTRANCE REGION

The pressure gradient is the derivative of pressure with respect to distance along the pipe. Mathematically, the pressure gradient is written as  $dP/dx$ , where  $P$  is the pressure inside the pipe at some point and  $x$  is the distance in the direction of flow. In the region of fully developed flow, the pressure gradient  $dP/dx$  is constant. On the other hand, the pressure gradient in the entrance region varies with the position  $x$ , as shown in the plot in Fig. 1.11. The slope of the plot is the pressure gradient.



**Figure 1.11** Pressure as a function of the distance along a pipe. Note that the pressure gradient  $dP/dx$  is constant for fully developed flow.

إنحدار الضغط هو مشتقة الضغط بالنسبة إلى المسافة باتجاه طول الأنبوب، ويكتب رياضياً  $dP/dx$  حيث ان  $P$  تمثل الضغط داخل الأنبوب و  $x$  المسافة باتجاه الجريان.

تكون قيمة انحدار الضغط **ثابتة** في المنطقة التطور الكامل بينما تكون **متغيرة** في منطقة المدخل وكما مبين في الشكل المجاور. هذا الشكل يوضح تغير قيمة الضغط على امتداد طول الأنبوب، حيث يمثل المحور العمودي قيمة الضغط  $P$  والمحور الأفقي يمثل المسافة  $x$  باتجاه الجريان.

## EXAMPLE

A fluid flows at 18 mm/s in a pipe of 0.07 cm diameter.  
Find the following:

- 1) Reynold number.
- 2) What is the length required for the fully developed region to occur.

(Assume the density and viscosity to be 800 kg/m<sup>3</sup> and 0.005 N.s/m<sup>2</sup>, respectively).

### SOLUTION

$$1) \quad Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{800 * (18 * 10^{-3}) * (0.07 * 10^{-2})}{0.005} = 2.016$$

- 2) The fully developed region occurs in the pipe after the **entrance region**. The length of the entrance region  $X_E$  is estimated from  $\frac{X_E}{D} = 0.06 Re$

$$X_E = 0.06 * D * Re = 0.06 * (0.07 * 10^{-2}) * 2.016$$
$$X_E = 0.0000098784 \text{ m} = 9.8784 \text{ } \mu\text{m}$$

مثال: مائع يجري بسرعة (18 ملم/ثا) في أنبوب قطره (0.07 سم). احسب ما يأتي:

- 1) رقم رينولد.
- 2) الطول المطلوب كي تحدث (أو تتكون) منطقة التطور الكامل. (افترض أن الكثافة واللزوجة تساويان 800 كغم/م<sup>3</sup> و 0.005 نت.ثا/م<sup>2</sup> على التوالي).

لاحظ أن هذا النوع من الأسئلة قد ينطبق على وعاء دموي (شريان أو وريد) فنتغير عبارات السؤال تبعاً لذلك:

(blood flows in a blood vessel ....etc.)

المطلب الأول هو حساب رقم رينولد لغرض تصنيف الجريان إلى (طبقي – انتقالي – اضطرابي) حيث نستخدم القانون لحسابه كما موضح.

**انتبه: رقم رينولد مجرد من الوحدات.**

بما أن قيمة رقم رينولد أقل من 2000 فالجريان طبقي. إذا كانت صيغة السؤال تطلب تصنيف الجريان فلا بد من ذكر ذلك (Flow is laminar).

المطلب الثاني هو إيجاد الطول اللازم كي تتكون منطقة التطور الكامل وهي المنطقة التي يكون فيها الجريان منتظماً (uniform) وهذا الطول يسمى

طول منطقة المدخل (**entrance region length**) ونرمز له  $X_E$

نلاحظ أن قيمة  $X_E$  صغيرة جداً في هذا المثال (حوالي 10 مايكرومتر) وذلك لصغر قطر الأنبوب.

## EXAMPLE

A fluid flows at 20 cm/s in a pipe of 1.7 cm diameter.  
Find the following:

- 1) Reynold number and classify the flow as either Laminar, Transitional, or Turbulent.
- 2) What is the length required for the fully developed region to occur.

(Assume the density and viscosity to be 950 kg/m<sup>3</sup> and 0.001 N.s/m<sup>2</sup>, respectively).

### SOLUTION

$$1) \quad Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{950 * (20 * 10^{-2}) * (1.7 * 10^{-2})}{0.001} = 3230$$

**The flow is Transitional**

- 2) Find the length of the **entrance region**.

$$\frac{X_E}{D} = 0.06 Re$$

$$X_E = 0.06 * D * Re = 0.06 * (1.7 * 10^{-2}) * 3230$$

$$X_E = 3.294 \text{ m}$$

**مثال:** مائع يجري بسرعة (20 سم/ثا) في أنبوب قطره (1.7 سم). احسب ما يأتي:

- (1) رقم رينولد، وصنف الجريان إلى طباقى أو انتقالي أو اضطرابى.
- (2) الطول المطلوب كي تتكون منطقة التطور الكامل.  
(افترض أن الكثافة واللزوجة تساويان 950 كغم/م<sup>3</sup> و 0.001 نت.ثا/م<sup>2</sup> على التوالي).

المطلب الأول هو حساب رقم رينولد لغرض تصنيف الجريان حيث نستخدم القانون لحسابه كما موضح.

بما أن قيمة رقم رينولد تقع بين 2000 و 4000 فالجريان انتقالي.

المطلب الثانى هو إيجاد الطول اللازم كي تتكون منطقة التطور الكامل وهي المنطقة التي يكون فيها الجريان منتظماً (uniform) وهذا الطول يسمى طول منطقة المدخل (**entrance region length**) ونرمز له  $X_E$  ويحسب كما موضح.

## EXAMPLE

In the previous example, what would be the velocity in the pipe so that the flow becomes turbulent?

### SOLUTION

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$4000 = \frac{950 * V * (1.7 * 10^{-2})}{0.001}$$

$$V = \frac{4000 * 0.001}{950 * 1.7 * 10^{-2}} = 0.2477 \frac{m}{s} = 24.77 \frac{cm}{s}$$

The velocity should be equal or greater than 0.2477 m/s

$$V \geq 0.2477 \text{ m/s}$$

مثال: في المثال السابق كم ستكون قيمة السرعة بحيث يصبح الجريان في الأنبوب اضطرابياً؟

هذا السؤال يتحدث عن ظروف الجريان في المسألة السابقة، وقد رأينا أن تصنيف الجريان هو (انتقالي) لأن رقم رينولد يقع بين 2000 و 4000.

المطلوب الآن هو تغيير قيمة السرعة بحيث يتغير نوع الجريان الى الاضطرابي (أي أن يكون  $Re \geq 4000$ ). راجع جدول قيم رقم رينولد.

لمعرفة السرعة الجديدة نجعل رقم رينولد = 4000 ثم نحسب السرعة كما موضح. نلاحظ أن السرعة الجديدة (24.77 سم/ثا) ازدادت عن السرعة السابقة وهي (20 سم/ثا)، راجع المثال السابق.

**الجواب على السؤال سيكون أن السرعة يجب أن تكون أكبر أو تساوي القيمة الجديدة.**

لاحظ: تغيير رقم رينولد لا يعتمد فقط على السرعة بل على جميع العوامل الداخلة في القانون وهي (الكثافة - السرعة - قطر الأنبوب) بعلاقة طردية و(اللزوجة) بعلاقة عكسية. لكن المطلوب في هذا المثال كان زيادة السرعة بالتحديد، وقد يكون المطلوب تغيير أي من العوامل أعلاه لتغيير نوع الجريان بدلالة رقم رينولد.

### Example (part A)

A fluid having a density of **850 kg/m<sup>3</sup>** and a viscosity of **0.0015 N.s/m<sup>2</sup>** flows from a tank into a straight pipe of **0.8 cm** diameter at a velocity of **30 cm/s**. Classify the flow as either laminar, transitional, or turbulent, and find the length of the entrance region.

### Solution

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{850 * 30 * 10^{-2} * 0.8 * 10^{-2}}{0.0015} = 1360 \quad \text{Laminar}$$

$$\frac{X_E}{D} = 0.06 Re \Rightarrow X_E = 0.06 * 0.8 * 10^{-2} * 1360 = 0.653 \text{ m}$$

### Example (part B)

Using the information provided in part (A), determine the type of flow (laminar, transitional, or turbulent) if the velocity increases to **98 cm/s**.

### Solution

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{850 * 98 * 10^{-2} * 0.8 * 10^{-2}}{0.0015} = 4442.67 \quad \text{Turbulent}$$